# Топлинна акумулация с фазов преход на топлоакумулиращият материал

Д-р инж. Станко Вл. Щраков, Антон Стоилов
Югозападен университет "Неофит Рилски", бул. "Иван Михайлов" No 66,
2700 – Благоевград; E-mail: **sshtrakov@yahoo.com**

## 1. Въведение

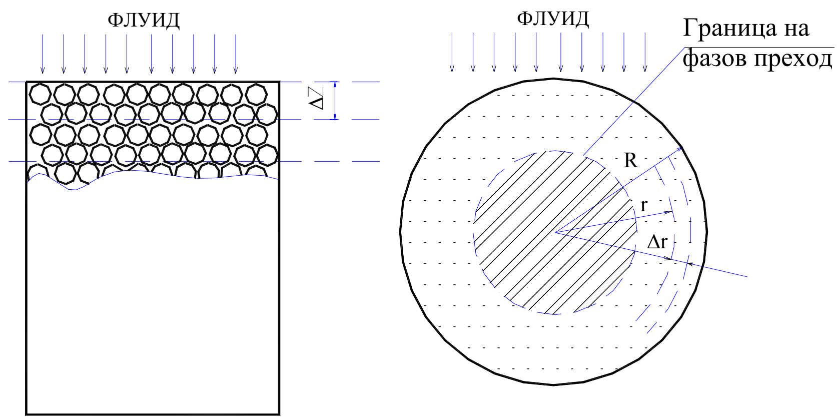
Ниско температурните топлинни източници (слънчева, геотермална, отпадна и др.) са широко разпространени и могат да се използват за различни цели. Акумулирането на топлинната енергия от такива източници е от съществено значение при практическото им оползотворяване, тъй като генерирането и консумирането на енергията обикновено не съвпада по време. Материалите при които се извършва фазов преход (с отделяне или поглъщане на топлина) са особено привлекателни за такива приложения, поради тяхната способност да акумулират топлинна енергия с висока плътност при почти постоянна температура. В настоящата работа се разглежда проблемът за акумулиране на топлинна енергия в топлинен акумулатор състоящ се от сферични капсули съдържащи фазово-акумулиращ материал (парафин). Зареждането и разреждането на акумулатора се извършва чрез обтичане на капсулите с флуид (вода).

В латентните топлинни акумулатори (с фазов преход на материала) в процеса на зареждане или разреждане на акумулатора се извършва преместване на границата между двете фази (течна и твърда) под действие на поглъщаната или отнемана топлинна енергия. По време на този процес, топлинният поток през фазовата повърхнина, намалява поради увеличаване на термичното съпротивление на разширяващият се слой материал с извършен фазов преход. В процес на кристализация, този слой е твърда фаза и съпротивлението е от топлопроводност, а в процес на топене слоят е течен и съпротивлението е от топлопроводност и конвекция. За повишаване на топлинният поток се използват различни методи, включително оребряване в капсулите, намаляване на диаметъра на капсулите и използването на сферични капсули.

В [1] е анализиран топлинен акумулатор с фазов преход и цилиндрични капсули обтичани с флуид. Задачата се решава посредством числени методи за решаване на уравнението на топлопроводността и използване на топлината на фазов преход като допълнителен източников член в уравнението на топлопроводността. На базата на симулационни изчисления е определена скоростта на зареждане и разреждане на акумулатор с фазов преход при цилиндрични капсули. В настоящата работа се разглежда латентен акумулатор със сферични капсули запълнени с фазово-акумулиращ материал (ФАМ), които се обтичат с флуид (фиг.1). Задачата с фазов преход се решава посредством използване на променливи свойства (характеристики) на акумулиращият материал в температурната област на фазов преход.

## II. Математичен модел на процесите в акумулатора

Схема на разглежданият топлинен акумулатор е показана на фиг. 1. За изследване на процесите на зареждане и разреждане на акумулатора е използван




ФИГ. 1

математичен модел с използване на нестационарното уравнение на топлопроводността в сферична координатна система и променливи топлотехнически характеристики на акумулиращият материал за отчитане ефекта на фазовия преход. Акумулаторът представлява цилиндричен съд, запълнен със сферични капсули съдържащи ФАМ. Стените на капсулите са с малка дебелина и термичното съпротивление може да се пренебрегне или да се включи в термичното съпротивление описвано с граничното условие на повърхността на сферите. Процесът на топлопроводност (акумулиране на топлинна енергия) за представения на схемата акумулатор се разглежда за отделна сфера, като по посока на движение на флуида се отчита изменението на температурата на флуида поради отдаването или поглъщането на топлинна енергия от ФАМ, и съответно намаления температурен напор (през интервал $\Delta Z$). Поради нерегулярното разположение на сферите в съда, е невъзможно да се отчетат различните условия при обтичане около повърхността на сферите и като първо приближение, се предполага, че капсулите се обтичат равномерно по цялата си повърхнина с някакъв осреднен дебит на флуида

Процесът на разпространение на топлина в неподвижна среда се описва от уравнението на топлопроводността, което в общия случай има вида

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \lambda \nabla T + Q \qquad (1)$$

където $T = T(\bar{x}, t)$ -температура;

$c$ -специфична топлоемност на тялото;

$\rho$ -плътност;

$\lambda$ -коефициент на топлопроводност;

$Q = Q(\bar{x}, t)$ -плътност на топлинните източници, т.е. количеството топлина, отделяща се в единица обем за единица време;

$\bar{x}$ -вектор, характеризиращ положението на точките в пространството;

$t$ -време;

Уравнение (1) със зададени начални и гранични условия определя разпределението на температурата във всяка точка от разглеждания обем вещество за произволен момент от време. Началното разпределение на температурата във веществото, температурния режим на границата му, разпределението и мощността на разположените в него източници на топлина са обикновено известни.

За дефинираната по-горе задача е удобно да се използват сферични координати

$x = r\sin\varphi\cos\psi,\ y = r\sin\varphi\sin\psi,\ z = r\cos\varphi$ ,

в които уравнението на топлопроводността има вида

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2\sin\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\sin\varphi\frac{\partial T}{\partial\varphi}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\varphi}\frac{\partial^2 T}{\partial\psi^2}\right] + f$$

Ако приемем, че температурното разпределение е изотропно по отношение на ъглите $\varphi$ и $\psi$ и липсва източников член, то горното уравнение приема вида:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right] \qquad /2/$$

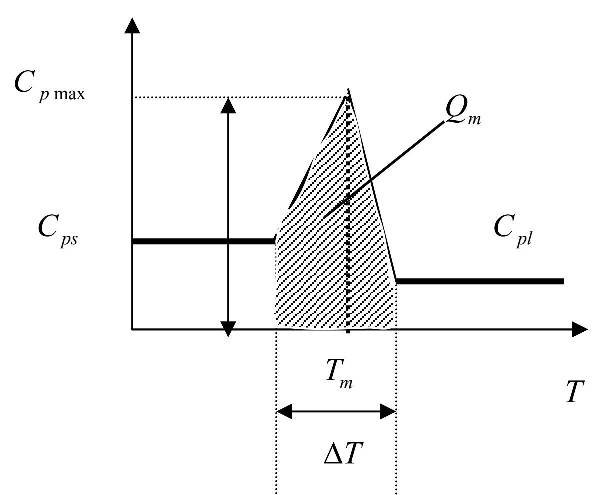
където ***a*** е температуропроводното число $\boldsymbol{a} = \lambda/(\mathbf{c_p}\rho)$.

За решаване на конкретната физически задачи уравнението на топлопроводността се допълва с начални и гранични условия. Задава се разпределението на температурата във веществото в някакъв начален момент от време $t = 0$, и се формулират температурните условия на границата на разглеждания обем. При това на границата топлинния поток е пропорционален на разликата на температурата на повърхността на капсулата и температурата на флуида обтичащ сферата:

$$-\lambda\frac{\partial T}{\partial n}\bigg|_{\Gamma} = \alpha\left(T_\Gamma - T_f\right) \qquad /3/$$

Тук коефициента на топлопроводност $\lambda$, коефициента на топлоотдаване $\alpha$ и температурата на флуида $\mathbf{T}_f$ са известни.

Голяма част от методите за решаване на задачи с фазов преход изискват отделно решаване на диференциалното уравнение на топлопроводността за различните фазови области и гранично условие на границата на фазовия преход. Това усложнява алгоритъма за решаване на числената задача. Когато се използват числени методи най-често се прилага метода на променливия специфичен топлинен капацитет.




Фиг. 2

В този случай процесът на поглъщане или отдаване на топлинна енергия на фазовия преход се моделира като промяна на специфичния топлинен капацитет на материала. Типична крива на изменение на специфичния топлинен капацитет е отбелязана на фиг.2.

С $\boldsymbol{T_м}$ е означена температурата на фазов преход, а с $\boldsymbol{C_{pl}}$ и $\boldsymbol{C_{ps}}$ съответно специфичния топлинен капацитет на течната и твърдата фаза. Защрихованата област в определен мащаб представя топлината на фазов преход. Максималната стойност на специфичния топлинен капаците се представя чрез израза

$$C_{p\max} = 2\frac{Q_m}{\Delta T} - \frac{C_{ps} + C_{pl}}{2} \qquad /4/$$

където $Q_m$ – топлина на фазовия преход [ J/kg] и $\Delta T$ - температурен интервал на фазов преход на веществото.

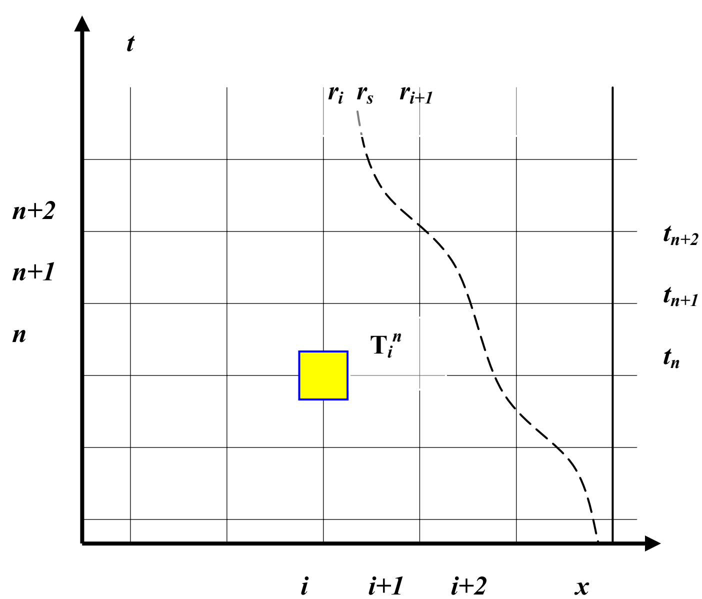
По този начин ние разглеждаме топлинната енергия на фазовия преход, като вътрешна ( акумулирана ) енергия на тялото. Математическата задача в този случай се явява обикновената задача за топлопроводност във еднородна среда със силно променливи физически свойства (фиг.2). Този начин на представяне на процесите на фазов преход е използван при реализацията на програмната система за топлинен акумулатор с фазов преход.

### III. Числена апроксимация на задачата и методи за решаване

Аналитичното решаване на задачата е изключително сложно, а необходимостта от използване на променливи свойства ма материала го прави невъзможно. В такива случаи обикновено се прилагат числени методи, чрез които е възможно получаване на приблизителни, но с достатъчна точност дискретни решения.

Методът на крайните разлики е един колкото стар, толкова и широко използван метод в топлопренасянето. Общата постановка на метода се основава на формулировката на Тейлър за развитие на непрекъснатата функция в дискретен ред и диференчните схеми за апроксимация на производни. Чрез него решаването на диференциалното уравнение се свежда до решаване на система алгебрични уравнения, чиито особености зависят от конкретните параметри на задачата.

Преминаването от диференциална към диференчна (разностна) задача се извършва чрез



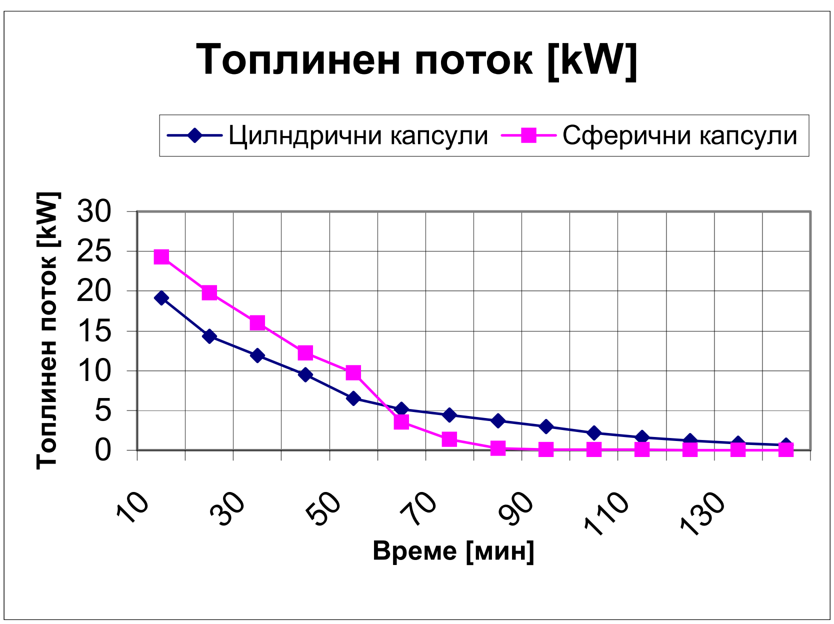
Фиг. 3

заменяне на областта на непрекъснато изменение на аргументите – **G,** с област от дискретно множество от точки - $\mathbf{G}_{k\tau}$, което се нарича диференчна мрежа, а самите точки – възли на мрежата (фиг. 3). Функциите определени в това дискретно множество, се наричат мрежови функции. Диференчната апроксимация се извежда чрез интегриране за контролният обем около типичната точка (възел) ***i,n*** показана на диференчната мрежа (фиг.3). Индексите ***i*** и ***n*** съответстват на радиуса ***r*** и времето ***t*** на дефиниционната област на задачата. С $r_s$ е означено разположението на граничната повърхнина разделяща двете фази в различни моменти от време. На всеки индекс ***i*** съответства радиус на сферата $r_i$ и за всеки индекс ***n*** съответства момент от време $t_n$.

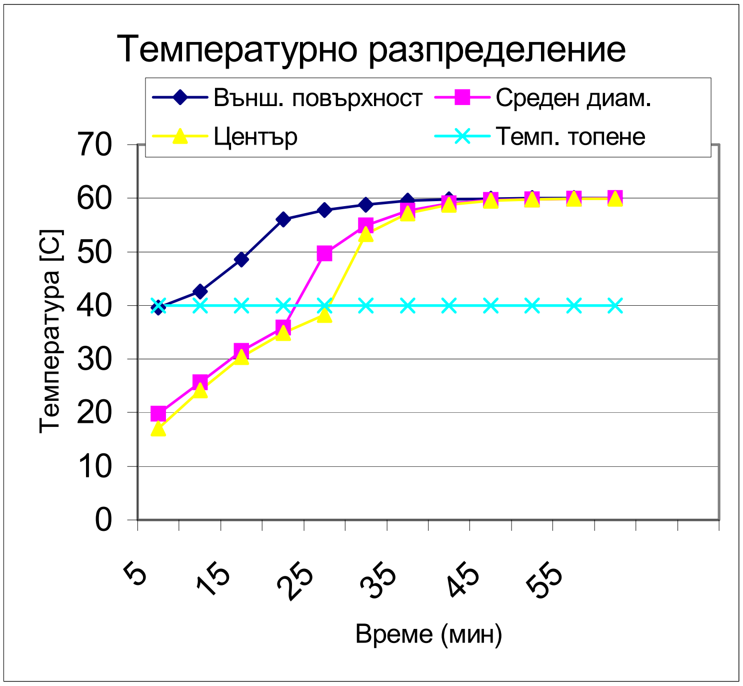
## IV. Числена реализация и резултати

Системата алгебрични уравнения апроксимиращи диференциалната задача са получени по аналогичен начин, както това е направено в [1], но за обекти със сферична форма. Системата разностни уравнения се решава чрез използване на метода на прогонката, а за числените процедури е съставена компютърна програма. Чрез нея са извършени множество числени експерименти за симулиране на процесите на зареждане и разреждане на топлинния акумулатор с фазов преход. Направено е сравнение на топлинни акумулатори с фазов преход с цилиндрични и със сферични капсули. Част от резултатите са показани на следващите фигури.

На фиг. 4 е представено изменението на топлинният поток във времето за двата типа акумулатори (с цилиндрични и сферични капсули) при един и същ обем на акумулатора – 280 $dm^3$. Количеството на ФАМ е еднакво за двата акумулатори и диаметърът на цилиндричните капсули е равен на диаметъра на сферите. Поради по-голямата топлообменна повърхнина при сферичните капсули, топлинният поток е със значително по-голяма интензивност, а процесите на зареждане и разреждане се извършват за по-кратко време. Поради това, за процеси с големи изменения в интензивността на топлинните потоци, каквито са слънчевите инсталации може да се препоръча използването на топлинни акумулатори със сферични капсули. На следващата фигура е дадено изменението на температурата в единична сфера в



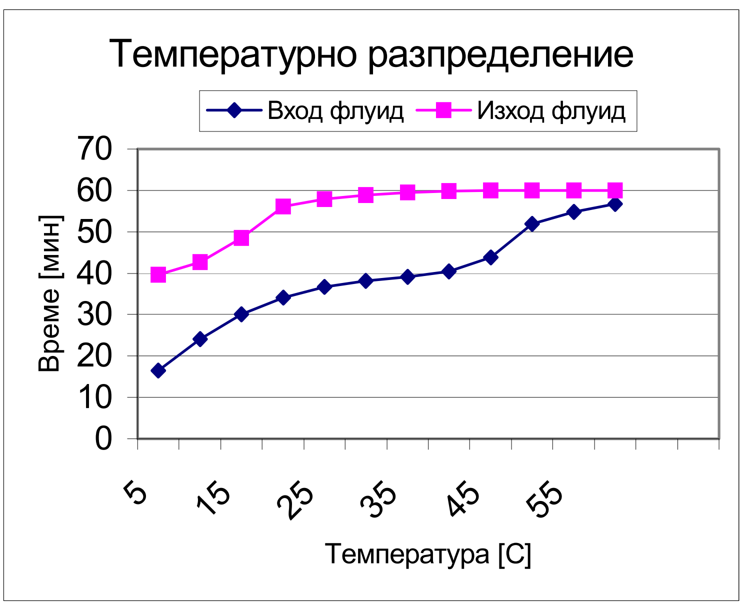

Фиг. 4




Фиг. 5

процеса на поглъщане на топлинна енергия (зареждане). Отчетени са температурата на външната повърхнина на сферата, повърхността за средния диаметър и в центъра на сферата. По тези криви на изменение на температурата може да се оцени и движението на границата между двете фази във ФАМ. Температурата на топене (фазов преход) за разглежданият акумулатор (парафин) е $40^{o}C$, а топлината на фазов преход е 149000 kJ/kg.

Трябва да се отбележи, че температурното изменение в сферите зависи от разположението им в акумулатора – сферите намиращи се до входящият отвор за флуида имат по-голяма скорост на отдаване и поглъщане на топлина (поради по-големите температурни разлики), а сферите разположени към изхода, по ниски в началният момент и увеличаващи се към края на процеса. Това се вижда от фиг.6, на която са съпоставени температурните изменения в сфера разположена при входа на флуида и сфера от изходния край на акумулатора.




Фиг.6

**V. Заключение**

1. Направен е анализ и са разработени диференчни схеми за решаване на диференциалното уравнение на топлопроводността по метода на крайните

разлики за сферични обекти. Съставени са числени алгоритми за решаване на математическата задача. Апроксимирани са гранични условия за решаване на задачи на топлообмен при сферични капсули, обтичани с флуид.

2. Разгледана е задачата за топлопроводност съпроводена с фазов преход в материала. За целта е съставена схема за решаване на уравнението на топлопроводността при променливи коефициенти ( свойства на материала).
3. Разработена е компютърна програма за числено решаване на уравнението на топлопроводността в сферична координатна система при различни режими. Проведени са числени експерименти и са получени резултати за нестационарните топлопреносни процеси в сферични обекти .

**Литература:**


1. Stanko Shtrakov and Plamen Gramatikov, AN APPROXIMATE APPROACH OF HEAT TRANSFER ACCOMPAINED BY PHASE TRANSITION, International Symposium on "Heating and Cogenerative Systems in Urban Settlements and Industry", OHRID, Macedonia,2000.
2. J.Cranc, P.Nicolson. A practical method for numerical evaluation of solution of partial differential equations of heat-conduction type. Proc.Cambridge Philos.Sos.,1974, N 43
3. Hamdan M.A.,Elwerr F. A. Thermal Energy Storage using a Phase Change Material. Solar Energy 56, 183-189 (1996).
4. Reiter F., Rota A. Low temperature latent storage by reciprocal salt pairs. Solar Energy, 36, 499-503 (1984)
5. Abhat A. Low temperature latent heat thermal energy storage: heat storage materials. Solar Energy, 30,313-332 (1983).
6. Lacroix M. Numerical simulation of a shel-and-tube latent heat thermal energy storage unit. Solar Energy, 50, 357-367 (1993).