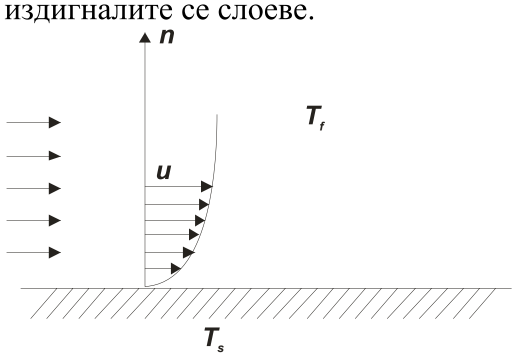
Лекция 9

12. Конвективен топлообмен

12.1Основни понятия

Докато при топлопроводността топлинната енергия се пренася в неподвижна материална среда, то конвективният топлообмен се предизвиква от хидродинамично течение на флуиди. Следователно, преносът на топлинна енергия е съпроводен и с пренос на маса.

Принудена конвекция е тази, при която флуидът се движи под действие на външни сили – помпа (за течности), вентилатор (за газове), вятър и други. **Свободната конвекция** се обуславя от гравитационните сили, които предизвикват издигане на по-топли слоеве от флуида нагоре и спускане на по-студени, които заемат мястото на издигналите се слоеве.



Фиг. 12.1 Конвективен топлообмен

Физическата картина на конвективния топлообмен може да се представи, ако се разгледа обтичане на твърда повърхност с флуид (фиг.12.1). Скоростта на флуида на достатъчно голямо разстояние от повърхността е постоянна ***u***. В слоя флуид, намиращ се непосредствено до твърдата повърхност скоростта е нула, тъй като флуидите се характеризират със свойството ‘полепваемост’. В областта около твърдата повърхност скоростта се изменя от нула до постоянната стойност ***u***. Тази област се нарича граничен слой (пограничен слой). Този слой определя до голяма степен обмяната на топлина между твърдата повърхност и флуида.

При наличие на разлика в температурите на флуида T_f и твърдата повърхност T_s се извършва пренос на топлинна енергия между флуида и повърхността. Този топлообмен се нарича конвективен топлообмен.

За слоя непосредствено контактуващ с твърдата повърхност, където скоростта на флуида е нула топлинният поток трябва да се представи със закона на Фурие (чиста топлопроводност)

$$q_c = -\lambda_f \cdot A \cdot \frac{\partial T_f}{\partial n} \Big|_{n=0} \qquad (12.1)$$

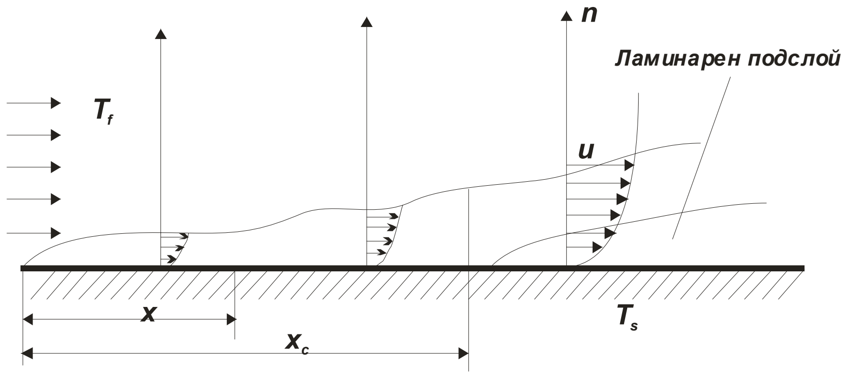
където с ***n*** е означена нормалата към повърхността, A – площта през която се пренася топлината и λ_f– коефициент на топлопроводност за флуида.

Този израз е в сила за флуидния слой при $n = 0$, тъй като скоростта е нула и е налице чиста топлопроводност. Обикновено коефициентът на топлопроводност на флуида е известна величина и за определяне на топлинния поток основна роля играе производната на температурата по височина на флуида. Тази производна зависи от много фактори и е доста трудно да се определи по аналитичен път. Тя зависи от характера на граничния слой, който се установява около обтичаната повърхнина. За неговите параметри голяма роля играят такива фактори, като топлофизическите характеристики на флуида, скоростта на потока, грапавостта на повърхнината и други. Затова за топлофизическия анализ на процесите се използват специални методи, основани на теорията на подобието и използващи експериментални резултати от изследване на явленията.

За този тип анализи е удобно топлинният поток да се представи в следния вид (закон на Нютон):

$$q_f = \alpha_c \cdot A \cdot (T_s - T_f) \qquad (12.2)$$

където α_c е специфичната топлина обменяна в процеса на конвективния топлообмен и се нарича коефициент на конвективен топлообмен. Той представлява топлината, пренасяна при конвективния топлообмен от единица площ при температурна разлика между флуида и стената 1°К.
От приведените разсъждения за механизъма на топлообмен, може да се направи извод, че коефициентът на конвективен топлообмен зависи от множество фактори и параметри, между които най-съществени са: плътност на флуида – ρ, вискозите – ν (μ), скорост на флуидния поток u_f , топлофизичните характеристики на флуида λ, C_p и други.
За принудена конвекция процесът зависи от разстоянието от началото на пластината. На фиг. 12.2 е показано изменението на потока на флуида с отдалечаванаето от началния ръб на обтичаната пластина.



Фиг. 12.2 Граничен слой

Профилът на скоростта на флуида около обтичаната повърхност се определя от вискозитета на флуида и от тангенциалното напрежение:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad (12.3)$$

където τ е тангенциалното напрежение, а μ – динамичния вискозитет на флуида.
Слоят, при който скоростта е по-ниска от u_∞ (до повърхността) се нарича пограничен (граничен) слой (областта при която се достига до 99% от скоростта u_∞). Извън този слой скоростта е u_∞ и се нарича скорост на несмутеното течение.
В началото пограничният слой е напълно ламинарен. Постепенно дебелината на слоя нараства от началния ръб и на някакво критично разстояние x_c, влиянието на инерционните сили нараства и се появяват смущения в потока и ламинарното течение преминава в турболентно. Критерият за прехода от ламинарно към турболентно течение е локалното число (критерий) на Рейнолдс:

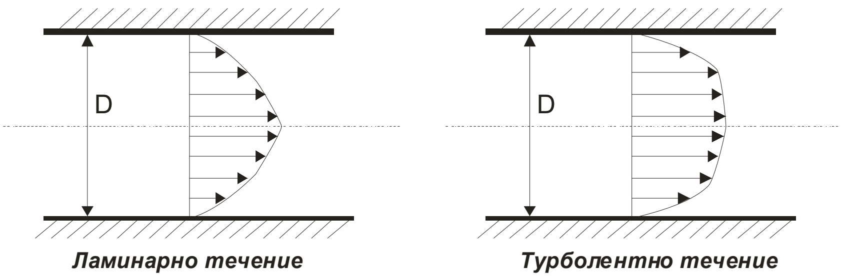
$$\mathrm{Re}_x = \frac{u_\infty x}{\nu_f} \qquad (12.4)$$

Тук x е разстоянието от началния ръб на пластината, а ν_f е кинематичния вискозитет на флуида.
Критичната стойност на числото Re, при която се преминава от ламинарно към турболентно течение зависи от грапавината на повърхността. Ако повърхността е много грапава, критичното число на Рейнолдс е около 10^5, докато при гладки повърхнини може да се достигне Re = $2.10^{5.}$ При турболентен режим съществува ламинарен подслой, в който изменението на u е почти линейно.
За течение в тръби или канали със скорост u_m, числото Re се определя като:

$$\mathrm{Re}_D = \frac{u_m D}{\nu}, \qquad (12.5)$$

където D е диаметър на тръбата или канала.
При тръби критичната стойност на числото на Рейнолдс е Re = 2300. При течения с по-големи числа на Рейнолдс се наблюдават явления, които разрушават слоестата структура на потока и течението преминава в турболентен режим. Преходът завършва при Re = 6000.

Профили на скоростта в тръби и канали.



Фиг. 12.3 Скоростни профили в канали

Типично разпределение на скоростта в тръби и канали е показано на фиг. 12.3.
Когато каналът не е кръг, за определяне на числото на Рейнолдс се използва еквивалентен диаметър $D_{екв}$

$$\mathrm{Re}_D = \frac{u_m D_{екв}}{\nu}$$

(12.6)

и $D_{екв} = \dfrac{площ.на.сечението}{периметър}$

Например за пръстеновидно сечение:

$$D_{екв} = 4\frac{\pi\left(D_i^2 - D_o^2\right)/4}{\pi\left(D_i + D_o\right)} = D_i - D_o \qquad (12.7)$$

За правоъгълен канал :

$$D_{екв} = 4\left[\frac{wh}{2(w+h)}\right] = 2\frac{wh}{w+h} \qquad (12.8)$$

Поради промяната на температурата по посока на течението се променят параметрите на флуида и коефициентите на конвективен топлообмен и хидравлично съпротивление. Затова се дефинира местен (локален) коефициент на конвективен топлообмен и хидравлично съпротивление:

$\alpha_c = \alpha_c(x)$ - местен коефициент на конвективен топлообмен.

Може да се определи среден коефициент на конвективен топлообмен

$$\overline{\alpha_c} = \frac{1}{L}\int_{x=0}^{x=L} \alpha_c(x)dx \qquad (12.9)$$

Същото се отнася и за местния коефициент на хидравлично съпротивление:

$$C_f(x) = \frac{\delta_x}{\rho u_\infty^2 / 2}$$

тъй като : $\delta s_x = Cf_x \rho \dfrac{u_\infty^2}{2}$ (12.10)

$$\overline{C_f} = \frac{1}{L}\int_{x=0}^{x=L} C_f(x)dx$$

12.2. Аналогия между топлообмена и преноса на количеството на движение при турболентно течение

В голяма част от практическите задачи, пограничният слой е турболентен. Качествено, механизма на преноса на топлина и маса може да се разглежда като засилване(усилване) на молекулярния пренос от ламинарния поток. При ламинарния поток частиците се движа по токови линии. Преносът на топлина и количеството на движение напречно на токовите линии се извършва само чрез молекулярна дифузия и потоците са много малки. При турболентния поток има пренос на маса напречно на

движението на потока (макроскопично напречно движение). В този случай напречните потоци са много по-интензивни и съответните коефициенти на хидравлично съпротивление и конвективно топлоотдаване са с по-големи стойности.
За голям кръг физични явления не могат да се запишат точно диференциални уравнения и да се получат аналитични и числени решения. Това се дължи на голямото количество параметри, от които зависи явлението и нелинейните (в голям брой случаи и случайни) зависимости между тях. Но и случайните събития и фактори също се подчиняват на определени закономерности. В такива случаи се използва теорията на подобието.

12.3. Инженерни формули за конвнкционния топлообмен

Теория на размерностите (димнсиите). Безразмерни комплекси (числа)

При разглеждането на определен кръг от явления, най-напред трябва да се изясни физическата същност и основните величини, от които се определя характера на явленията. Точната функционална зависимост се определя по различни начини. Един от тях е теорията на размерността. Чрез тази теория, групи от параметри могат да се свържат в безмерни комплекси(критерии) и връзката между тези комплекси да се уточнява в експериментите. Този подход се основава на теорията на моделирането (подобието). В теорията на подобието се оперира с понятието група явления (подобни явления). Това са явления, които се описват с еднакви по форма и съдържание диференциални уравнения. Групата явления се състои от всички явления, за които може да бъде приложен резултатът, от който и да е единичен експеримент. Разликата между отделните явления в групата се състои в числените стойности или мащаба. Групата явления може да се представи с едно явление като другите се получават от него. Резултатите се умножават с постоянни числа (мащабират се).

Теория на физичното подобие. Теореми за физичното подобие

I.Теорема (Нютон)

Подобни във физическо отношение явления имат еднакви критерии на подобие.

II.Теорема (Федерман – Букингам)

Коя да е зависимост между променливите, характеризиращи някое явление, от група подобни явления, може да бъде представено като зависимост между критериите на подобие.

$K_1, K_a, K_n(\pi_1, \pi_2 ...., \pi_n)$ съдържащи тези величини.

Такива зависимости се нарича критериални уравнения. Конкретизацията на критериалните уравнения може да стане на базата на експерименти. В различните критерии влизат зависими или независими променливи. Обикновено критериалните зависимости се съставят, като се задава връзка на критерий, съдържащи зависимата променлива във функция на критериите с независима променлива.

III.Теорема (Кирпичев – Гухман)

Две явления са подобни, ако се описват с една и съща система диференциални уравнения и имат подобни условия за еднозначност.
Първите две теореми разглеждат случаите, когато е установено подобието на явленията, а третата дава отговор, кои явления са подобни.

Безразмерни комплекси (критерии) в теорията на конвективния топлообмен

Зависимата променлива (търсената величина) е $\boldsymbol{\alpha_c}$ – коефициент на конвективен топлообмен. За несвиваемо, нискоскоростно течение (най-често срещано в практиката) коефициентът на конвективен топлообмен $\boldsymbol{\alpha_c}$ зависи от скоростта на течението $\boldsymbol{u}$; линейните размери – $\boldsymbol{D}$ (диаметър на тръба или канал) или $\boldsymbol{L}$ (дължина на пластина); $\boldsymbol{\lambda}$ – коефициент на топлопроводност; $\boldsymbol{\mu}$ – динамичен вискозитет; $\boldsymbol{C_p}$ – специфичен топлинен капацитет; $\boldsymbol{\rho}$ – плътност. Това са седем физически величини, които трябва да формират функционална зависимост за определяне на коефициента на конвективен топлообмен. Тази функционална зависимост може да се запише във вида:

$$\alpha_c = f(u, D, \lambda, \mu, C_p, \rho), \qquad (12.11)$$

Най-общото изискване е измерителната единица (димеснсия) на лявата и дясно част да е една и съща.

Независимите измерителни (размерни) единици са :

M – маса [kg] ; **L** – дължина[m] ; **τ** – време [s] ; **T** – температура [K].

Съществуват седем физически величини, които се представят чрез четири независими измервателни единици. Следователно, физическите величини могат да бъдат групирани в три безразмерни параметъра, които да участват във функционална зависимост.

За да се изравнят измервателните единици на горната функция може да се използва запис на горната функция във вида:

$$\pi = D^a \lambda^b u^c \rho^d \mu^e Cp^f \alpha_c^g , \qquad (12.12)$$

където π е безмерен параметър, а в дясната част са физическите величини със степенни показатели, които трябва да се определят по такъв начин, че общото произведение да е бездименсионно.

Измервателната единица за физическите величини са:

$$D \Rightarrow [m];\lambda \Rightarrow \left[\frac{kg.m}{s^3K}\right];u \Rightarrow \left[\frac{m}{s}\right];\mu \Rightarrow \left[\frac{kg}{s.m}\right];C_p \Rightarrow \left[\frac{m^2}{s^3K}\right];\alpha_c \Rightarrow \left[\frac{kg}{s^3K}\right];\rho \Rightarrow \left[\frac{kg}{m^3}\right]$$

Ако в (2.12) вместо физическите величини се запишат измерителните единици ще се получи:

$$\pi = [m]^a \left[\frac{kg.m}{s^3K}\right]^b \left[\frac{m}{s}\right]^c \left[\frac{kg}{m^3}\right]^d \left[\frac{kg}{s.m}\right]^e \left[\frac{m^2}{s^3K}\right]^f \left[\frac{kg}{s^3K}\right]^g \qquad (12.13)$$

За да е π безразмерна величина трябва сумата от степенните показатели на основните измерителни единици да е нула :

$$\begin{aligned} kg &\Rightarrow 0 = b + d + e + g \\ m &\Rightarrow 0 = a + b + c - 3d - e + 2f \\ s &\Rightarrow 0 = -3b - c - e - 2f - 3g \\ K &\Rightarrow 0 = -b - f - g \end{aligned} \qquad (12.14)$$

Получава се система от четири уравнения със седем неизвестни. Това означава, че три от степенните показатели могат да се изберат произволно. Тук се поставя условие степенните показатели, които се задават произволно да не довеждат до неопределеност на системата. Тъй като $\boldsymbol{\alpha_c}$ е зависима променлива, която се търси, е удобно степенният показател за нея в един от безразмерните критерии да е единица т.е $\boldsymbol{g = 1}$; За опростяване на математическите изводи за първия критерий може да се положим $c = d = 0$; т. е в първият безмерен критерий (комплекс) отсъстват скоростта и плътността. Решаването на системата дава

$a = 1; b = -1; e = f = 0$

Така се получава първият безмерен комплекс:

$$\pi_1 = \frac{\alpha_c D}{\lambda} \text{ -} \qquad (12.15)$$

Това е критерият на Нуселт $N_u = \dfrac{\alpha_c D}{\chi}$, който съдържа зависимата (търсената) величина.

За да не се появява α_c в другите критерии (комплекси) трябва $\boldsymbol{g = 0}$. Нека $a = 1; f = 0$.

Тогава се получава : $c = 1; d = 1; e = -1$ или при решаване на горната система се получава :

$$\pi_2 = \frac{uD\rho}{\mu} \qquad (12.16)$$

Това е познатият критерий на Рейнолдс, но в него е използван динамичния вискозитет μ и затова в израза фигурира и плътността ρ. Известно е, че кинематичния вискозитет е $\nu = \frac{\mu}{\rho}$.

За третият критерий (комплекс) трябва да бъдат включени величините, които не присъстват в първите два критерия: специфичен топлинен капацитет $\boldsymbol{C_p}$ (f =1) и освен това може a = g = 0

Тогава решението на системата дава :

$$\pi_3 = \frac{C_p \mu}{\lambda} \Rightarrow \Pr \qquad (12.17)$$

Това е критерият на Прандтл.

Тогава общата функционална зависимост (2.12) между параметрите може да се запише във вида:

$$N_u = f(\mathrm{Re}, \Pr) \qquad (12.18)$$

Тъй като в тази зависимост фигурират бездименсионни параметри, не може да се получи неравенство на дименсиите между лявата и дясната част на уравнението. За установяване на зависимостта (2.18) се провеждат множество експерименти. Когато тази зависимост се установи с достатъчна достоверност, от нея може да се определя конвективния коефициент на топлообме, като в отделните критерии (числа) се заместват реалните физически величини.

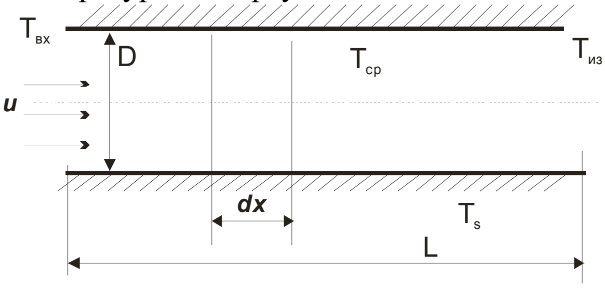
Най-често като изходна зависимост за определяне на α_c се използва зависимост във вида :

$$N_u = CR_e^m P_r^n , \qquad (2.19)$$

където $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{m}$ и $\boldsymbol{n}$ са константи, които се определят в експериментални изследвания.

Конвективен топлообмен при течение в тръби и канали

На практика обикновено се изисква определянето на топлообмена и изменението на температурата при течение на течности в канали, при зададена скорост u; температурата на флуиди на входа на канала $T_{вх}$, $T_{из}$; и температурата на стената T_s.



Фиг. 12.4 Топлообмен от тръба

За течение в тръба (канал) с дължина $\boldsymbol{L}$ и температура на стената T_s (фиг.12.4), топлинният поток от (към) флуида може да се запише във вида:

$$q_e = C_p \rho u_{cp} \frac{\pi D^2}{4}\left(T_{вх} - T_{из}\right), \qquad (12.20)$$

където $\boldsymbol{T_{вх}}$ и $\boldsymbol{T_{из}}$ са средните в сечението температури на флуида на входа и на изхода от тръбата, c_p – специфичен топлинен капацитет,

$\boldsymbol{m = \rho . u_{cp} \pi D^2/4}$ е масов дебит на флуида.

Ако се използва коефициента на конвективен топлообмен $\boldsymbol{\alpha_c}$ то, за елементарен участък от тръбата може да се запише:

$$dq = m' CpdT = \alpha c(\pi D)dx(Ts - Tf), \qquad (12.21)$$

където $\boldsymbol{T_f = T_f(x)}$ е функция на $\boldsymbol{x}$.

Осредненият поток за тръбата е

$$q_c = \overline{\alpha_c} A\left(T_s - T_f\right)_{cp} \qquad (12.22)$$

Тук ще се дискутира определянето на $\overline{\alpha_c}$, а осредняването на температурите се разглежда при конкретните приложения.

Турболентно течение в тръби и канали

Експерименталните изследвания за турболентно течение на течности при Pr от 0,5 до 100 дават следната зависимост:

$$Nu_D = 0{,}023\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{0{,}33} \qquad (12.23)$$

Критерият на Рейнолдс се определя чрез изрази (2.5) или (2.6).

Всички физически свойства са определени за средната от температурата на флуида и температурата на стената на канала:

$$\overline{T_f} = \frac{Ts + T_{fcp}}{2},$$

където T_{fcp} е средната температура на флуида по дължината на канала.

$$\overline{T_f} = \frac{T_{f1} + T_{f2}}{2},$$

където $\boldsymbol{T_{f1}}$ и $\boldsymbol{T_{f2}}$ са входящата и изходящата температури на флуида.

По-точни резултати дава формулата

$$Nu_D = 0{,}027\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{0{,}33}\left(\frac{\mu_f}{\mu_s}\right)^{0{,}14} \qquad (12.24)$$

където μ_f и μ_s са стойности на динамичния вискозитет на флуида изчислени за средната температура на флуида и температура на стената.

Горните изрази се използват, когато има напълно развито турболентно течение.

Когато тръбата (канала) не е достатъчно дълъг се използват изрази, които отчитат и ефектите на входа и изхода на тръбата.

$$Nu_D = 0{,}036\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{0{,}33}\left(\frac{D_H}{L}\right)^{0{,}055} \qquad (12.25)$$

където D_H/L е отношението на диаметърът към дължината на тръбата (канала).

Когато канала не е кръг се използва еквивалентен диаметър:

$$D_H = 4\,\frac{площ.на.напречното.сечение}{периметър}$$

Ламинарно течение в тръби и канали

За ламинарно течение в тръби и канали се използват различни критериални уравнения. Един от използваните варианти за определяне на коефициента на конвективен топлообмен има вида:

$$Nu_D = 1{,}86(\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr})^{0{,}33}\left(\frac{D}{L}\right)\left(\frac{\mu_f}{\mu_s}\right)^{0{,}14} \qquad (12.26)$$

Конвективен топлообмен при течни метали

Представените формули за конвективния топлообмен при ламинарен и турболентен режим са валидни за флуидни течения, за които критерия на Прандтл е по-голям от 0.5: ***Pr > 0,5.*** Течните метали обикновено имат ***Pr < 0,5,*** тъй като тяхната топлопроводност е висока. Те отвеждат значително количество топлинна енергия. Те се използват когато е необходим интензивен топлообмен – както е при ядрените реактори. Работата с течни метали е сложна, защото повечето от тях са корозионно активни, а при контакт с вода протича буйна химическа реакция. Установено е, че при топлообмен, критерия на Nu зависи от произведението ***Re.Pr***, което се нарича число на Пекле ***Pe = Re.Pr***

При напълно развитие турболентно течение на течни метали в тръби и при постоянен топлинен поток е в сила съотношението:

$$Nu = 0{,}625 Pe^{0.4} \qquad (12.27)$$

за средни стойности на температурата на течните метали.

Това съотношение е валидно за ***100 < Pe < 10000*** и за отношението $\frac{L}{D} > 60$.

За случаите, когато температурата на стената може да се смята за постоянна се препоръчва следната критериална зависимост:

$$Nu = 5{,}0 + 0{,}025 Pe^{0.8} \qquad (12.28)$$

Конвективен топлообмен при външно обтичане на тръби и пластини

Плоска пластина

Конвективният топлообмен около плоска пластина беше разгледан физически в началото на този раздел. Локалният коефициент на конвективен топлообмен (зависещ от разстоянието от началото на пластината – ***x***) е:

$$Nu_x = \frac{\alpha c_x X}{\lambda} = 0{,}33 \operatorname{Re}^{0.5} \operatorname{Pr}^{1/3} \qquad (12.29)$$

Осредненото число $\overline{Nu}$ за дължина ***L*** е:

$$Nu_l = \frac{\overline{\alpha c} L}{\lambda} = 0{,}664 \operatorname{Re}_L^{\ 1/2} . \operatorname{Pr}^{1/3} \qquad (12.30)$$

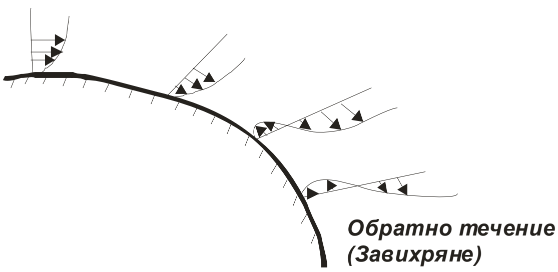
При турболентно течение се получава следният израз:

$$Nu_x = 0{,}0288 (\operatorname{Re}_x)^{0.8} \operatorname{Pr}^{1/3}, \qquad (12.31)$$

а средната стойност, ако прехода е при Re=5.10^5

$$Nu_l = \frac{\overline{\alpha c} L}{\lambda} = 0{,}036 \left(\operatorname{Re}_L^{0.8} - 23200\right) \operatorname{Pr}^{1/3} \qquad (12.32)$$

Единичен цилиндър и сфера



Фиг. 12.5 Външно обтичане на тела

Принципното отличие от обтичане на плоска пластина се изразява в това, че освен преход от ламинарен към турболентен граничен слой, се получава и откъсване на граничния слой от задната страна на тялото (фиг.12.5). Това се получава при достатъчно висока скорост на потока, когато има рязко изменение на налягането при преминаване около тялото. Очевидно е, че в областите, в които става откъсване на потока, числото ***Nu*** и съответно коефициентът на конвективен топлообмен α_c ще имат различни стойности от основната част на граничния слой.

За инженерни изчисления не е необходимо да се изчисляват локалните стойности на Nu. Достатъчно е да се познава средната стойност. Многобройни експерименти дават за обтичане на единичен цилиндър следната критериална зависимост:

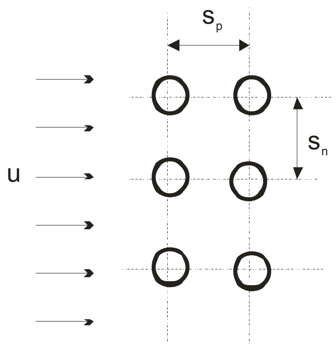
$$\overline{Nu_D} = \frac{\overline{\alpha c} D}{\lambda} = C \left(\operatorname{Re}_D\right)^n . \operatorname{Pr}^{1/3}, \qquad (12.33)$$

където Re_D се определя за u_∞, а коефициентите ***C*** и ***n*** се задават за различните интервали на Re (в табличен вид). Всички физически свойства се определят при средноаритметична стойност на температурата от средната температура на флуида и температурата на стената. Коефициентите ***C*** и ***n*** зависят също от формата на канала (те се задават за различни форми).

За обтичане на сфера с течни метали е в сила израза:

$$\overline{Nu_D} = 2{,}0 + 0{,}386\left(\mathrm{Re}_D \,\mathrm{Pr}\right)^{0.5} \text{ , за } 3.10^4 < \mathrm{Re}_D < 1{,}5.10^4 \qquad (12.34)$$

Сноп тръби Когато се разглежда обтичане на сноп тръби, каквито са случаите в топлообменните апарати, водните и парни котли и други топлотехнически съоръжения от съществено значение е разположението на тръбите. На фиг. 12.6 е даден сноп тръби разположени в редове. Друг начин на разположение на тръбите в снопа е шахматното разположение. Основни параметри при определяне на коефициента на конвективен топлообмен са стъпките s_n ***и*** s_p на разположение на тръбите, както и размерите на смите тръби в снопа.



Фиг. 12.6 Обтичане на сноп тръби

За определяне на средния коефициент на конвективен топлообмен се използва уравнение (2.33), като коефициентите ***C*** и ***n*** зависят от s_n и s_p и от типа на разположението на тръбите. За обтичане на сноп тръби с течни метали се препоръчва следното критериално уравнение :

$$\overline{Nu_D} = 4{,}03 + 0{,}228\left(\mathrm{Re}_{\max} \,\mathrm{Pr}\right)^{0.67} \qquad (12.35)$$

Свободна конвекция

В условията на свободна(естествена) конвекция преносът на топлинна енергия довежда до образуването на градиент на температурата и плътността в неподвижния флуид. За разлика от принудената конвекция, при която скоростта на флуида се определя от външни сили, то при свободната конвекция движението на флуида се предизвиква от подемните архимедови сили. Движението може да бъде или турболентно или ламинарно. В разгледаните дотук критерии (числа на подобие) подемните архимедови сили не са включени (те са пренебрежими при принудена конвекция). При свободната конвекция основна роля играе разликата в плътността на флуида в загрятите и студени области. Разликата в плътността се изразява като функция на коефициента на обемно разширение β.

$$\beta = \frac{1}{\vartheta}\frac{d\vartheta}{dT} = \frac{1}{\vartheta_\infty}\frac{\vartheta - \vartheta_\infty}{T - T_\infty} = \frac{\rho_\infty - \rho}{\rho\left(T - T_\infty\right)} \qquad (12.36)$$

Подемната сила $S \approx \left(\rho_\infty - \rho\right)gh$

или като се замести : $S \approx \rho g \beta \left(T\infty - T\infty\right)h$

За свободната конвекция се въвежда нов критерий на подобие

$$Gr_h = \frac{\beta \rho^2 g\left(Ts - T\infty\right)h^3}{\mu^2} \text{ ,} \qquad (12.37)$$

който се нарича критерий на Грасхоф. Той представлява отношението на подемните (Архимедови) сили към силите на вътрешно триене.

Критериалната зависимост за свободна конвекция в общия случай се записва във вида :

$$\overline{Nu_f} = C\left(Gr_f \,\mathrm{Pr}_f\right)^n, \qquad (12.38)$$

където индексът f показва , че всички физически свойства се вземат за осреднената температура на флуида:

$$T_f = \left(T_s + T_\infty\right)/2,$$

където е T_s температура на стената, а T_∞ – температура на флуида.

Често произведението от критерия на Грасхоф и критерия на Прандтл се означава с един безразмерен параметър и се нарича критерий на Релей: $Gr.\mathrm{Pr} = Ra$

За различните случаи на свободна конвекция съществуват множество критериални зависимости, които могат да бъдат намерени в справочниците по топлотехника.

Свободна конвекция в затворено пространство

Свободната конвекция в затворено пространство представлява интерес за топлинните процеси в много практически приложения от топлотехниката, топлинните процеси в сградите (отопление и климатизация), при системите за оползотворяване на слънчева енергия и много други. Процесите се усложняват поради различните допълнителни процеси които протичат съвместно със свободната конвекция (отопление, охлаждане, допълнителни наклони).

Конвекция между две хоризонтални пластини. Когато горната пластина е по топла, не се извършва конвективен пренос на маса тъй като топлият флуид е над студения. Тогава топлообменът е чиста топлопроводност. Той се описва с израза:

$$Nu = \frac{\alpha_c b}{\lambda} = 1,$$

където ***b*** е разстояние между пластините. Когато температурата на долната пластина е по-висока за въздух се препоръчва следното критериално уравнение:

$$\overline{Nu}_b = 0{,}195 G_{b,f}^{1/4}, \text{ при } 10^4 < Cr < 3{,}7.10^5 \qquad (12.39)$$

$$\text{и } \overline{N_{ub}} = 0{,}068 G_{r,f}^{1/3} \quad \text{за} \quad Gr < 10^7$$

За течности между две паралелни пластини може да се използва израза:

$$N_{ub} = 0{,}069 (Gr.\Pr)_f^{1/3} \Pr_f^{0{,}074} \qquad (12.40)$$

Вертикални въздушни канали (пространство между две пластини)

Ако ***b*** е разстоянието между пластините и ***h*** е височината се използват изразите:

$$\overline{N_{ub}} = 1, \text{ за } G_r < 2000$$

$$\overline{N_{ub}} = \frac{0{,}18 G_{rb}^{1/2}}{(h/b)^{1/9}} \Rightarrow G < 2.10^5 \quad \text{и} \qquad (12.41)$$

$$\overline{N_{ub}} = \frac{0{,}065 G_{rb}^{1/3}}{(L/b)^{1/9}} \Rightarrow G_r < 10^7$$